

LEVEL-ezz! matematika verseny, 2018-2019. IV. forduló

Beadási határidő: **2019. március 14. (csütörtök) 12:00**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

9.-10. osztály

1. Hányféleképpen tudunk kiválasztani csak 8-as számjegyekből álló pozitív egész számokat úgy, hogy összegük 1000 legyen?
2. A $\frac{(30-x)}{91}$ egyszerűsíthető törtben az x pozitív egész számot jelöl. Add meg a tört összes lehetséges értékét egyszerűsített alakban!
3. Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$4x^2y^2 + z^4 + \sqrt{3x^2y - 6x^2} + 16 = 7z^2 + 4xyz!$$

4. Egy 2 cm sugarú, kör alakú befőttes gumit úgy nyomtunk össze két párhuzamos egyenes hurkapálcával, hogy a hurkapálcák egyenesei egymástól 2 cm-re álltak meg. A befőttes gumi hossza nem változott meg, de az általa kirajzolt alakzat most két félkörből és két párhuzamos szakaszból áll. Hányszorosára változott a befőttes gumi által közrefogott terület az összenyomás után?
5. Az $\overline{ab}_7 + \overline{cd}_7 = 100_7$ hetes számrendszerbeli egyenlőség teljesül. Mennyi lehet $\overline{ab}_{10} + \overline{cd}_{10}$ tízes számrendszerben?

LEVEL-ezz! matematika verseny, 2018-2019. IV. forduló

Beadási határidő: **2019. március 14. (csütörtök) 12:00**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematikatanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

11.-12. osztály

1. Meghatározandó az x, y, z, u, v számjegyek értéke úgy, hogy a tízes számrendszerben felírt $x61y064zuv$ szám osztható legyen 61875-tel.
2. Melyek a következő egyenletrendszer valós megoldásai?

$$(1) \log_5 x + 3^{\log_3 y} = 2$$

$$(2) x^y = \frac{1}{125}$$

3. A R és r sugarú kör a C pontban kívülről érinti egymást. A körök egyik közös külső érintője az egyik kört az A , a másik kört a B pontban érinti. Bebizonyítandó, hogy az ABC háromszög derékszögű! Kifejezendő az ABC háromszög területe a körök sugaraival!
4. Hány olyan természetes szám van, melyet a kilences és a tizenegyes számrendszerben felírva, egyaránt háromjegyű számot kapunk?

A következő feladatot csak 11. osztályosok oldják meg!

5. Egy egyetemi vizsgán a hallgatók $2n$ db ($n \in \mathbb{N}^+, n \geq 2$) problémából véletlenszerűen kiválasztva 3 – 3-at kapnak. A vizsga akkor érvényes a diák számára, ha a feladatai közül legalább kettőt sikeresen old meg. Mi a valószínűsége, hogy egy tanuló sikeres vizsgát tesz, ha ő csak az összes probléma felének ismeri a megoldását?

A következő feladatot csak 12. osztályosok oldják meg!

5. Jelölje α, β és γ egy háromszög szögeinek mérőszámát!
Bebizonyítandó, hogy ha $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$, akkor a háromszög derékszögű!