

LEVEL-ezz! matematika verseny 2022-2023.

3. forduló

Beadási határidő: **2023. február 6.**

Megoldásaidat indokold, ne csak végeredményt közölj!

Megoldott feladataidat matematika tanárodnak add át a beadási határidő lejárta előtt!

Jó munkát kívánunk!

9.-10. osztály

1. Az 1; 2; 3; 4; 5 és 6 számok valamilyen sorrendje az $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ és a_6 . Hány olyan sorrendje lehet a hat számnak, amely esetén az $(a_1-1)^2+(a_2-2)^2+(a_3-3)^2+(a_4-4)^2+(a_5-5)^2+(a_6-6)^2$ összeg páros szám?
2. Egy téglalapot 15 négyzetre osztottunk fel úgy, hogy a keletkezett négyzetek oldalainak hosszai 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 4; 4; 5; 5; 7 és 7 egység. Hány egység a téglalap kerülete?
3. Leírtuk az összes olyan legalább kétjegyű és legfeljebb kilencjegyű pozitív egész számot, amelynek mindegyik számjegye 0 vagy 9. Hány 9-es számjegyet írtunk le?
4. Az ABCD téglalap AB oldala 4cm, BC oldala 3cm hosszú. A téglalap CD oldalára kifele egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget rajzoltunk, melynek derékszögű csúcsa E. Hány négyzetcentiméter az ACE háromszög területe?
5. Hány eleme van az $f: [0;7] \rightarrow \mathbf{R}; f(x)=|(x-5)^2-6|$ függvény értelmezési tartományának, amelyhez tartozó függvényérték egész szám?

11.-12. osztály

1. Igazold, hogy tetszőleges x, z, y valós számok esetén az alábbi kifejezés értelmezhető, ha

$$x \cdot y \cdot z = 1 \text{ és } 1 + z + zx \neq 0$$

és értéke független x, z, y választásától.

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

2. Ábrázold és jellemezd!

$$f(x) = \sqrt{\sin^4 x} - \sqrt{\cos^4 x - \cos^2 x + \frac{1}{4}}$$

3. Old meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$2\cos^2 \frac{x^2 + 3y}{6} = 3^x + 3^{-x}$$

4. Tízmillió lakost számláló országban egy olcsó Covid teszt bevezetését a teszt hatékonyságának megállapítására laboratóriumi vizsgálatok előzik meg. Tudjuk, hogy nagyjából minden ezredik ember fertőzött. Az előzetes laboratóriumi vizsgálatok során megállapították, hogy a fertőzött emberek esetében a teszt 99,9%-ban mutat pozitív eredményt, de az egészségeseknél is sajnos 0,1%-ban pozitív a teszt.

- a) Számítsd ki egyszeri tesztelés után mekkora a valószínűsége, hogy pozitív teszt esetén beteg a vizsgált személy!
- b) Határozd meg hogyan változik ez a valószínűség, ha a tesztet egymás után kétszer is elvégzik, s csak akkor tekintik pozitívnak az eredményt, ha mindkét teszt eredménye pozitív! (A vizsgálatok eredménye függetlenek egymástól.)